



---

# Retato de Caso

---





## Confiabilidade e simples probabilidade de ruína de blocos de concreto armado sobre duas estacas: estudo de caso

Nayara Talassa Damasceno Inácio\*; Rodrigo Barros\*; José Neres da Silva Filho\*\*; Joel Araújo do Nascimento Neto\*\*

\*Universidade Federal do Rio Grande do Norte UFRN, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil PEC, Natal, RN, Brasil.

\*\*Professor Doutor - Universidade Federal do Rio Grande do Norte UFRN, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil PEC, Natal, RN, Brasil.

\*\*Autor para correspondência e-mail: [barrosrn@ufrn.edu.br](mailto:barrosrn@ufrn.edu.br)

### Palavras-chave

Confiabilidade  
Probabilidade de ruína  
Segurança. Blocos  
Concreto armado  
Projeto

### Keywords

Reliability  
Probability of failure  
Safety  
Pile-Caps  
Reinforced concrete  
Design

**Resumo:** As normas de projeto brasileiras atuais indicam o dimensionamento de estruturas de concreto armado de acordo com o Método dos Estados Limites, utilizando fatores parciais e globais de segurança, sem especificar um estudo de confiabilidade e cálculo da probabilidade de ruína. Diversos autores indicam que o estudo de confiabilidade é necessário para avaliar a segurança das estruturas, e alguns desses conceitos já foram incorporados por normas estrangeiras. A engenharia é uma atividade de risco; portanto, usar abordagens estatísticas é a tendência moderna. Esse trabalho tem como objetivo fazer análises de confiabilidade de blocos de concreto armado sobre duas estacas de forma simples e prática, utilizando duas grandezas aleatórias: solicitação e resistência. Foram propostas formas de montar as curvas das solicitações e resistências. A confiabilidade e probabilidade de ruína de cada caso foram calculadas. Observou-se que a confiabilidade e a probabilidade de ruína são dependentes da resistência característica do concreto e do seu rigor na condição de preparo.

### Reliability and simple failure probability of two pile caps reinforced concrete: case study

**Abstract:** Current Brazilian design codes recommend the design of reinforced concrete structures according to Load and Resistance Factor Design, using load factors and strength reduction factors, but a reliability study and calculation of the probability of failure are not mentioned. Different authors indicate that the reliability study is necessary to evaluate the safety of structures, and these concepts have already been incorporated by foreign codes. Engineering is a risky activity; thus, the modern tendency is to use a probabilistic approach. This paper aims to make a reliability study of two pile caps reinforced concrete in a simple and practical way evaluating two random parameters: load and resistance. It was proposed different ways to assemble the load and resistance curves. The safety index and the probability of failure were calculated for each case. It was observed that the safety index and the probability of failure are dependent on the compressive strength of the concrete and its quality control.

Recebido em: 18/02/2023

Aprovação final em: 20/05/2023



## Introdução

O estudo de confiabilidade é a tendência moderna na análise e dimensionamento de estruturas civis, e esses conceitos já estão incorporados em normas estrangeiras como o EN1990:2002+A1:2005 (*Eurocode - Basis of Structural Design*). Já as normas brasileiras utilizam uma metodologia de coeficientes de segurança parciais e globais, sem especificar o cálculo do índice de confiabilidade e da probabilidade de ruína ou falha.

Portanto, entende-se, de forma equivocada, que um coeficiente de segurança suficientemente alto resulta em uma probabilidade de ruína nula. Dando a falsa impressão de que a engenharia é uma ciência determinística (AOKI, 2008).

Entretanto, a literatura mostra que é impossível se ter uma probabilidade de ruína nula, uma vez que o dimensionamento envolve variáveis aleatórias. O engenheiro deve, pois, fazer uma análise estatística da probabilidade de ruína e o risco inerente à obra.

O Código de Defesa do Consumidor declara no inciso III do artigo 6º que é um direito básico do consumidor “a informação adequada e clara sobre os diferentes produtos e serviços, com especificação correta de quantidade, características, composição, qualidade, tributos incidentes e preço, bem como sobre os riscos que apresentem” (BRASIL, 1990). Assim, os riscos de uma obra devem ser expostos claramente ao cliente.

Apesar da teoria da confiabilidade aplicada à engenharia civil já estar exposta na literatura, existem poucos exemplos práticos que sirvam de guia para os engenheiros. Nos últimos anos, o assunto passou a ser discutido com mais evidência por meio de trabalhos disponíveis na literatura técnica, Silva Neto & Oliveira (2018) apresentam um estudo de confiabilidade e segurança em obras no nordeste brasileiro. Os autores concluíram que a probabilidade de ruína varia consideravelmente para diferentes métodos de estimativa de capacidade de carga.

Alves et al. (2020) apresentaram uma análise probabilística de um reservatório apoiado em estacas, a partir de ensaios por meio de prova de carga estática. Os autores compararam e discutiram resultados de segurança e confiabilidade a partir de diferentes critérios existentes na literatura técnica. Pereira Junior et al. (2023) apresentam uma Análise de confiabilidade de pórticos de concreto armado submetidos a recalques. Os resultados mostram que um recalque de 10 mm, correspondente a uma distorção angular de 1/500, reduziu a confiabilidade média do pórtico em apenas 14%, mesmo assim, tal recalque reduziu o índice de confiabilidade de várias seções transversais das vigas para até 2,40, valor esse inferior ao recomendado pelo CEB 2010. O Quadro 1 apresentado a seguir lista alguns dos trabalhos disponíveis.

**Quadro 1** – Exemplos de trabalhos disponíveis sobre análise de confiabilidade.

Autor	DESCRIÇÃO
(SANTOS, 1983)	Determina a probabilidade de ruína de uma viga de seção retangular com carregamento uniformemente distribuído.
(AOKI, 2002)	Calcula a carga admissível de uma fundação real fixando a probabilidade de ruína de um estaqueamento constituído por estacas pré-moldadas.
(ESPINOSA; CALIL; STAMATO, 2004)	Apresenta fundamentos para o estudo da confiabilidade de sistemas compostos por elementos estruturais de madeira com ênfase nas pontes.
(SILVA; AOKI, 2005)	Determina a simples probabilidade de ruína de um grupo de pilares de um edifício de concreto armado.

**Fonte:** Os autores.

Assim, este trabalho tem como objetivo determinar a simples probabilidade de ruína dos blocos de concreto armado sobre duas estacas de um edifício residencial.



## Metodologia

Nesta seção, apresenta-se a metodologia utilizada para o desenvolvimento dos cálculos e análises, a qual baseia-se na teoria da confiabilidade, no método de bielas e tirantes e nas normas brasileiras.

### Métodos de verificação da segurança

A norma vigente ABNT NBR 6118:2014 (Projeto de estruturas de concreto - Procedimento) propõe o método de cálculo dos Estados Limites. As peças devem atender aos requisitos dos Estados Limites Últimos (ELU) relacionados ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura. Além disso, a peça também deve atender aos Estados Limites de Serviço (ELS) que são aqueles relacionados ao conforto dos usuários, à durabilidade, à estética e à funcionalidade.

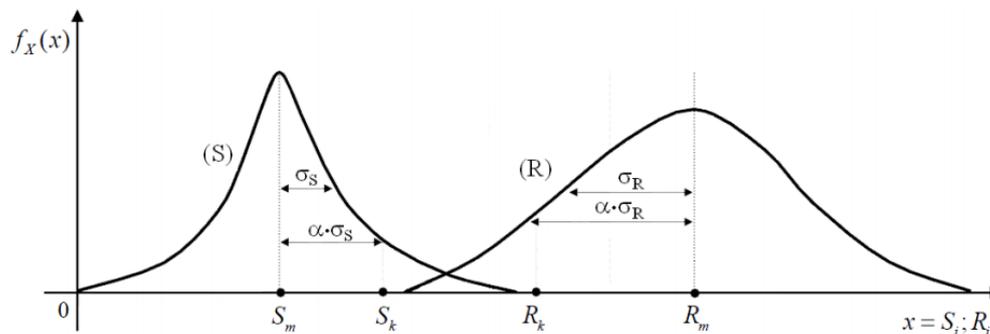
Dessa forma, a segurança da estrutura seria garantida se, em todos os seus estados limites pertinentes, fosse respeitada a condição da sollicitação de cálculo ( $S_d$ ) ser menor que a resistência de cálculo ( $R_d$ ), como mostra a equação (1):

$$S_d \leq R_d \quad (1)$$

Entretanto, a equação (1) dá a falsa impressão de que a análise das curvas dos valores de sollicitações e de resistências poderia ser feita apenas por 2 pontos (os valores de cálculo), e que não existiria a probabilidade de a sollicitação ser maior que a resistência.

O problema origina-se na aleatoriedade das grandezas sollicitações e resistências. Elas dependem de diversos fatores como a ação externa, a geometria do sistema estrutural, os materiais utilizados, a execução da obra e o modelo de interação solo-estrutura. Assim, cada obra tem as suas próprias curvas de sollicitações e de resistências, nas quais pode-se admitir uma distribuição normal (Figura 1) (BARROS *et al.*, 2010).

**Figura 1** - Curvas densidade de probabilidade de sollicitação e de resistência.



Fonte: (adaptado de BARROS *et al.*, 2010).

Nota-se que existe uma região no gráfico da Figura 1 em que a sollicitação é maior que a resistência, resultando em uma probabilidade de falha ou ruína diferente de zero.

### Coefficientes de segurança parciais e globais

A curva de uma distribuição normal é representada pelos seguintes parâmetros: média, desvio padrão e coeficiente de variação. A equação (2) mostra a relação entre eles:

$$v_x = \frac{\sigma_x}{X_m} \quad (2)$$

Sendo:



- $X_m$  : o valor médio da variável X (Solicitação ou resistência);
- $\sigma_x$  : o desvio padrão da variável X (Solicitação ou resistência);
- $v_x$  : o coeficiente de variação (ou variância) da variável X (Solicitação ou resistência).

Existe uma relação entre o valor característico das variáveis, o valor médio e o seu desvio padrão, designado pelo parâmetro "α" (Figura 1).

O valor característico da resistência ( $R_k$ ) é definido como o valor que tem apenas 5% de probabilidade de não ser atingido pelos elementos de um dado lote de material (ABNT NBR 6118:2014). Para a solicitação, pode-se também definir que apenas 5% dos valores sejam superiores a solicitação característica ( $S_k$ ). Assim, para a probabilidade de 5% de ocorrência, tem-se as relações expressas pelas equações (3) e (4):

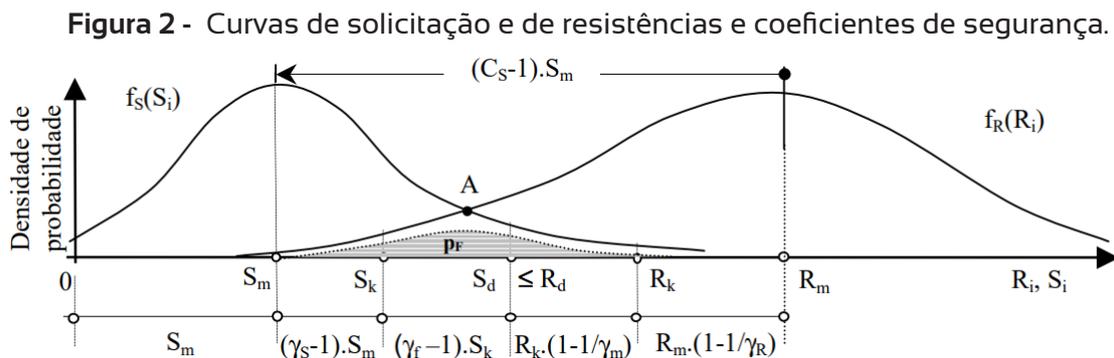
$$S_k = S_m + 1,645\sigma_s \quad (3)$$

$$R_k = R_m - 1,645\sigma_s \quad (4)$$

Na Figura 2, observam-se as relações entre as grandezas médias, características, de cálculo e os coeficientes parciais e global de segurança, descritas por meio das equações (5), (6), (7), (8) e (9).

Sendo:

- $\gamma_s$  : fator parcial de segurança, função da curva de solicitação;
- $\gamma_R$  : fator parcial de segurança, função da curva de resistência;
- $\gamma_f$  : coeficiente parcial de majoração das solicitações, definido por normas;
- $\gamma_m$  : coeficiente parcial de minoração das resistências, definido por normas;
- $C_s$  : coeficiente global;
- $P_f$  : probabilidade de ruína.



Fonte: (AOKI; MENEGOTTO; CINTRA, 2002).



$$\gamma_s = \frac{S_R}{S_m} = (1 + 1,645v_s) \quad (5)$$

$$\gamma_R = \frac{R_m}{R_k} = \frac{1}{(1 - 1,645v_s)} \quad (6)$$

$$\gamma_f = \frac{S_d}{S_k} \quad (7)$$

$$\gamma_m = \frac{R_k}{R_d} \quad (8)$$

$$C_s = \gamma_s \cdot \gamma_R \cdot \gamma_f \cdot \gamma_m = \gamma_{variável} \cdot \gamma_{norma} = \frac{R_m}{S_m} \quad (9)$$

De acordo com a equação (9), o coeficiente global é composto por uma parte variável que depende das curvas de solicitação e de resistência ( $\gamma_{variável}$ ), e uma parte constante fixa por normas ( $\gamma_{norma}$ ) (AOKI; MENEGOTTO; CINTRA, 2002).

#### Probabilidade de ruína e índice de confiabilidade

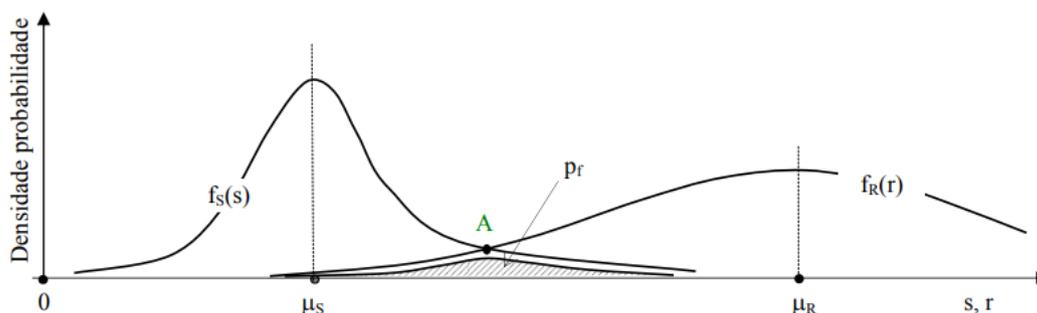
Assumindo que as curvas de distribuição da solicitação e da resistência são disponíveis, e que essas variáveis são estatisticamente independentes entre si, pode-se determinar a probabilidade de ruína de acordo com a equação (10) (ANG; TANG, 1984):

$$p_f = P(R \leq S) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(S) \cdot f_S(S) ds \quad (10)$$

Sendo:

- $F_R(S)$ : distribuição acumulada da função densidade de probabilidade da resistência, condicionada pelos valores das solicitações;
- $f_S(S)$ : função densidade de probabilidade da solicitação.

**Figura 3** - Curvas de solicitação e de resistências e probabilidade de ruína.



Fonte: (AOKI, 2008).

A equação (10) é uma convolução condicionada das funções  $F_R(S)$  e  $f_S(S)$ . A probabilidade de ruína é uma área dentro da região abaixo da intersecção das curvas  $f_S(S)$  e  $f_R(R)$  (Figura 3). A partir



do ponto A, os valores da  $f_R(R)$  são maiores que os valores de  $f_S(S)$ , limitando a função  $f_R(R)$  aos valores da solicitação (AOKI, 2008).

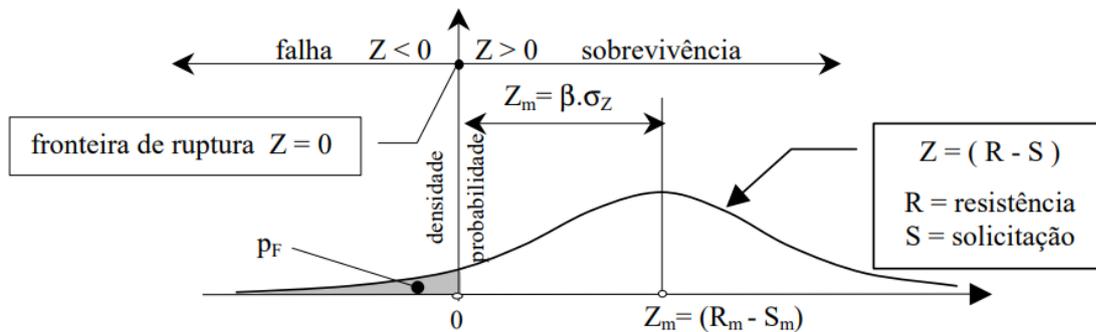
A probabilidade de ruína é dependente de 2 fatores: da distância entre as curvas de solicitação e de resistência e da dispersão de cada curva quantificada pelo coeficiente de variação. Curvas mais próximas e mais dispersas apresentam maior probabilidade de ruína e menor confiabilidade (ANG; TANG, 1984).

O problema acima formulado pode ser analisado em termos de uma nova função denominada Margem de Segurança (Z) definida como a diferença entre as curvas de resistência e de solicitação ( $Z=R-S$ ) (Ver Figura 4). Uma vez que R e S são variáveis aleatórias, Z também é. Assim, a probabilidade de ruína corresponde a condição  $Z<0$  (ANG; TANG, 1984). Para variáveis independentes R e S, o desvio padrão e a média dessa nova função Z são expressos pelas equações (11) e (12):

$$\sigma_Z = \sqrt{(\sigma_S^2 + \sigma_R^2)} \tag{11}$$

$$Z_m = R_m - S_m \tag{12}$$

Figura 4 - Função Margem de Segurança.



Fonte: (AOKI; MENEGOTTO; CINTRA, 2002).

A ruína acontece na região na qual  $Z<0$  (Figura 4). Os valores entre  $Z=0$  e  $Z=$  têm uma probabilidade de ocorrência que mede a confiabilidade da estrutura (AOKI; MENEGOTTO; CINTRA, 2002). O parâmetro  $\beta$  é denominado índice de confiabilidade e é expresso pela equação (13):

$$\beta = \frac{Z_m}{\sigma_m} = \frac{R_m - S_m}{\sqrt{(\sigma_S^2 + \sigma_R^2)}} \tag{13}$$

A relação matemática entre o fator de segurança  $F_s$  e o índice de confiabilidade é descrita pela equação (14) (AOKI, 2008), sua inversa é dada pela equação (15) (CARDOSO; FERNANDES, 2001).

$$F_s = \frac{1 + \beta \cdot (v_S^2 + v_R^2 - \beta^2 \cdot v_S^2 \cdot v_R^2)^{0.5}}{(1 - \beta^2 \cdot v_R^2)} \tag{14}$$

$$\beta = \frac{(1 + 1/F_s)}{[v_R^2 + (1/F_s) \cdot v_S^2]^{0.5}} \tag{15}$$

Portanto, a probabilidade de ruína é uma função direta do índice de confiabilidade (ANG; TANG, 1984). No caso de distribuições lognormais da resistência e da solicitação, é possível determinar a probabilidade de ruína por meio de planilha do EXCEL (AOKI, 2008), conforme a equação (16):



$$p_f = 1 - \text{DIST. NORM}(\beta, 0, 1, \text{VERDADEIRO})$$

(16)

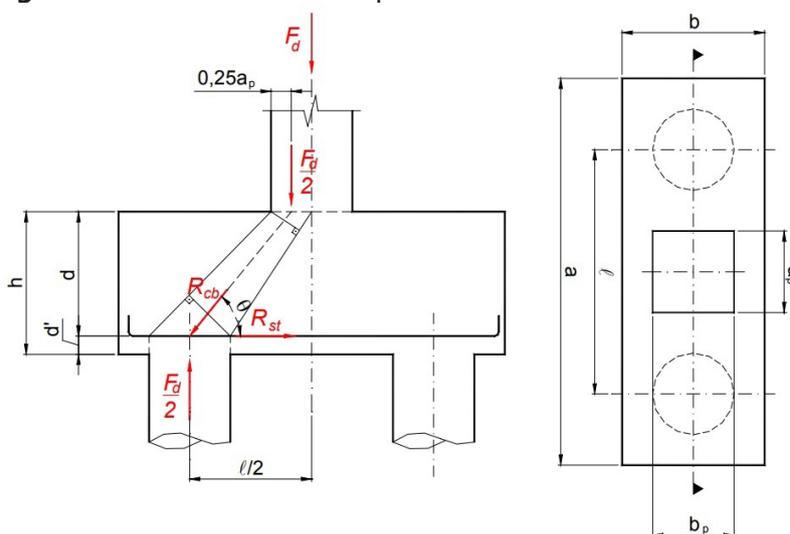
Para a análise do valor da probabilidade de ruína, é possível fazer uma interpretação frequencista, na qual sendo a probabilidade de ruína igual a  $p_r$ , então  $1/p_r$  elementos da população analisada estão sujeitos a entrar em ruína (AOKI, 2008).

### Análise das solicitações

Para a análise da curva de solicitações, utilizou-se o roteiro de dimensionamento apresentado por Munhoz (2004), no qual é feita uma adaptação do método de bielas e tirantes de Blévoit e Frémy (1967) (Figura 5). Dessa forma, calculam-se, de acordo com as equações (17), (18), (19), (20) e (21), as tensões nos blocos em duas regiões nodais críticas: a seção de encontro bloco-pilar e a seção de encontro bloco-estaca. Sendo:

- $\theta$ : o ângulo de inclinação das bielas;
- $a_p$  e  $b_p$ : as dimensões do pilar;
- $a$  e  $b$ : as dimensões do bloco em planta;
- $\ell$ : a distância entre os centros das estacas (3 vezes o diâmetro das estacas);
- $h$ : a altura do bloco;
- $d$ : a altura útil do bloco;
- $d'$ : a distância do centro da barra até a borda mais próxima do bloco;
- $F_d$ : a força solicitante de cálculo;
- $R_{cb}$ : a força de compressão na biela de concreto;
- $R_{st}$ : a força de tração na barra de aço (Tirante).

Figura 5 - Modelo de cálculo para bloco sobre duas estacas.



Fonte: (MUNHOZ, 2004).



$$\operatorname{tg}\theta = \frac{d}{\frac{l}{2} - a_p} \quad (17)$$

$$R_{st} = \frac{F_d(2l - a_p)}{8d} \quad (18)$$

$$R_{cd} = \frac{F_d}{2\operatorname{sen}\theta} \quad (19)$$

$$\sigma_{cb,p} = \frac{F_d}{A_p \cdot \operatorname{sen}^2\theta} \quad (20)$$

$$\sigma_{cb,e} = \frac{F_d}{2A_e \cdot \operatorname{sen}^2\theta} \quad (21)$$

Sendo:

- $\sigma_{cb,p}$  : a tensão na seção de encontro bloco-pilar;
- $\sigma_{cb,e}$  : a tensão na seção de encontro bloco-estaca;
- $A_p$  e  $A_e$ : a área do pilar e da estaca.

### Análise das resistências

As curvas das resistências foram definidas e analisadas de 3 formas distintas descritas nas subseções a seguir: Condição de preparo do concreto; Variação da resistência característica e Critérios de Resistência.

### Condição de preparo do concreto

Numa primeira análise, para a definição das curvas de resistência, foi fixado o valor da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{cr}$ ) em 25 MPa (C25).

A ABNT NBR 126551:2015 propõe valores para o desvio padrão de acordo com o rigor na condição de preparo do concreto (Tabela 1).

**Tabela 1** - Desvio padrão a ser adotado em função da condição de preparo do concreto.

CONDIÇÃO DE PREPARO	DESVIO PADRÃO (MPa)
A	4,0
B	5,5
C	7,0

Fonte: (ABNT NBR 126551:2015).

A partir desses valores, é possível calcular o valor médio da resistência e a variância, utilizando as equações (4) e (2). Dessa forma, ficam definidas as curvas das resistências para cada condição de preparo: A, B e C.

### Variação da resistência característica

Para a avaliação do comportamento da confiabilidade e da probabilidade de ruína com a variação da resistência característica, fixaram-se os valores dos desvios padrões de acordo com a condição de preparo do concreto e variou-se a resistência característica em 5 MPa, isto é, foi feita a mesma



análise para os concretos das classes C20 e C30

### .Critérios de resistência

Na literatura técnica, há diversos critérios de resistência para as regiões nodais no encontro biela estaca e biela pilar dos blocos de concreto armado (Tabela 2).

Esses critérios são valores de cálculo das tensões resistentes que os blocos devem atender nas regiões nodais do encontro biela pilar e biela estaca, denominadas neste trabalho de seções bloco-pilar e bloco-estaca, respectivamente. Dessa forma, para a definição das curvas normais de resistências, foram utilizados esses critérios multiplicados pelo coeficiente de minoração das resistências ( $\gamma_m$ ), para definir as tensões características de acordo com a equação (8).

**Tabela 2** - Critérios de resistência das regiões nodais.

CRITÉRIOS	TENSÃO BLOCO-PILAR (MPa)	TENSÃO BLOCO-ESTACA (MPa)
(BLÉVOT E FRÉMY, 1967)	$1,4.f_{cd}$	$1,4.f_{cd}$
(SCHÄFER E SCHLAICH, 1988)	$0,935.f_{cd}$	$0,68.f_{cd}$
(SCHLAICH E SCHÄFER, 1991)	$1,1.f_{cd}$	$0,8.f_{cd}$
(ABNT NBR 6118:2014)	$0,85. \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right].f_{cd}$	$0,72. \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right].f_{cd}$
(CEB-FIP, 1990)	$0,85. \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right].f_{cd}$	$0,60. \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right].f_{cd}$
EUROCODE 2 (EN 1992-1-1:2004)	$1,1.\alpha.f_{cd}$	$0,50.\alpha.f_{cd}$
(SOUZA E BITTENCOURT, 2003)	$0,58.f_{ck}$	$0,40.f_{ck}$

Fonte: Os autores.

### Resultados e Discussão

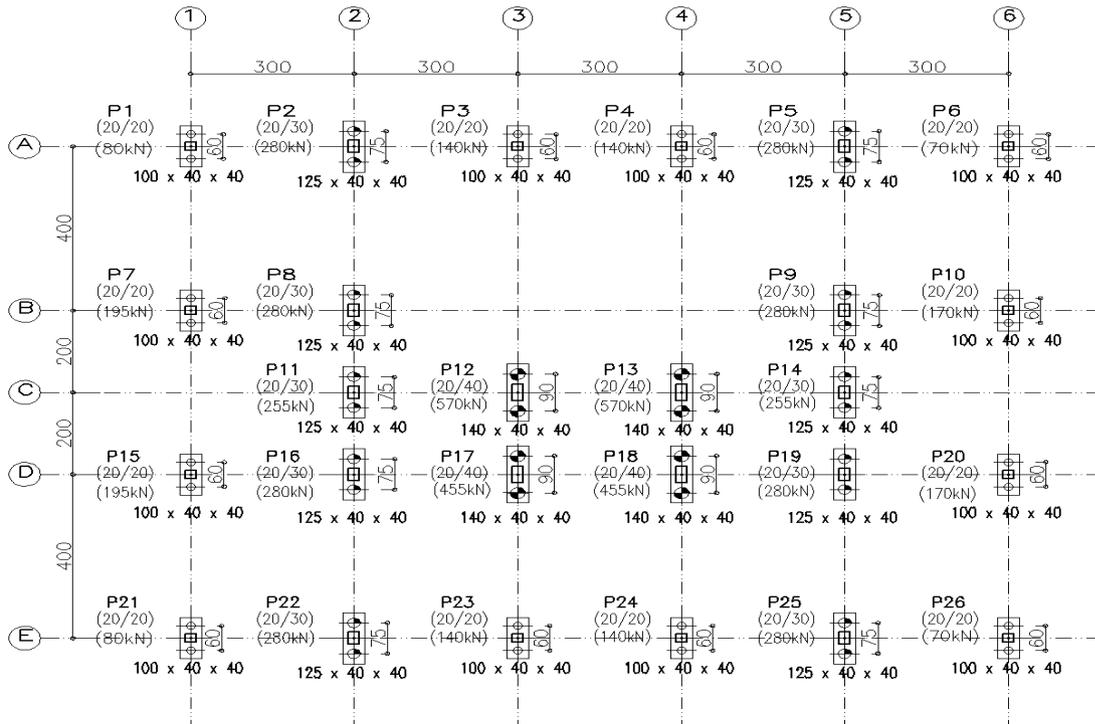
Nesta seção, os resultados são apresentados e discutidos.

#### Exemplo analisado

O exemplo analisado tem como base o caso de obra do edifício residencial em concreto armado, adaptado de Silva e Aoki (2005) (Figura 6). Como a análise se destinava a blocos de fundação sobre duas estacas, as cargas de serviço foram proporcionalmente reduzidas, para que se justificasse o uso desses blocos. De acordo com as novas cargas de serviços, foram propostas novas seções para os pilares. Os pilares e os blocos foram divididos em 3 grupos, a depender das cargas de serviço e das dimensões (Tabelas 3 e 4).



Figura 6 - Planta de Fundação do caso em estudo.



Fonte: adaptado de (SILVA; AOKI, 2005).

Tabela 3 - Divisão dos grupos e dimensões dos pilares.

GRUPO	PILARES	DIMENSÕES PILARES (CM)
1	P1, P3, P4, P6, P7, P10, P15, P20, P21, P23, P24, P26.	20X20
2	P2, P5, P8, P9, P11, P14, P16, P19, P22, P25.	20X30
3	P12, P13, P17, P18.	20X40

Fonte: Os autores.

Tabela 4 - Divisão dos grupos e dimensões dos blocos e das estacas.

GRUPO	DIMENSÕES BLOCOS (CM)	DIÂMETRO ESTACAS (CM)
1	100X40X40	20
2	125X40X40	25
3	140X50X40	30

Fonte: Os autores.

Com os valores das tensões características nas seções de encontro bloco-pilar e bloco-estaca (Tabela 5), é possível definir as curvas normais de solicitações para ambas as seções de análise por meio da média, do desvio padrão e da variância (Tabela 6).

**Tabela 5** - Valores das tensões características nas seções de encontro bloco-pilar e bloco-estaca.

PILAR	TENSÃO BLOCO-PILAR (MPa)	TENSÃO BLOCO-ESTACA (MPa)
1	3,02	1,92
2	8,09	4,95
3	5,29	3,36
4	5,29	3,36
5	8,09	4,95
6	2,64	1,69
7	7,36	4,69
8	8,09	4,95
9	8,09	4,95
10	6,42	4,09
11	7,37	4,51
12	11,52	9,39
13	11,52	9,39
14	7,37	4,51
15	7,36	4,69
16	8,09	4,95
17	9,20	7,49
18	9,20	7,49
19	8,09	4,95
20	6,42	4,09
21	3,02	1,92
22	8,09	4,95
23	5,29	3,36
24	5,29	3,36
25	8,09	4,95
26	2,64	1,69

Fonte: Os autores.

**Tabela 6** - Valores dos desvios padrões, médias e variâncias para as curvas de solitação das seções de encontro bloco-pilar e bloco-estaca.

SEÇÃO	DESVIO PADRÃO (MPa)	MÉDIA (MPa)	VARIÂNCIA
Bloco-pilar	2,389	6,960	0,343
Bloco-estaca	2,016	4,638	0,435

Fonte: Os autores.



A partir dos valores obtidos do desvio-padrão, da média e da variância de acordo com as condições de preparo A, B e C para os blocos de classe C25 (Tabela 7), obtiveram-se as curvas das resistências (Tabelas 8, 9 e 10).

**Tabela 7** - Valores dos desvios padrões, médias e variâncias para as curvas de resistência para as condições de preparo A, B e C.

CONDIÇÃO DE PREPARO	DESVIO PADRÃO (MPa)	RESISTÊNCIA MÉDIA (MPa)	VARIÂNCIA
A	4,0	31,60	0,127
B	5,5	34,08	0,161
C	7,0	36,55	0,192

Fonte: Os autores.

**Tabela 8** - Valores do índice de confiabilidade  $\beta$ , probabilidade de ruína  $p_f$  e coeficientes de segurança para um concreto na condição de preparo A.

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO A (C25)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$\beta$	5,29	6,02
$p_f$	6,17E-08	8,77E-10
$F_s$	4,54	6,81
$\gamma_s$	1,56	1,71
$\gamma_r$	1,26	1,26
$\gamma_f$	1,64	2,25
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

**Tabela 9** - Valores do índice de confiabilidade  $\beta$ , probabilidade de ruína  $p_f$  e coeficientes de segurança para um concreto na condição de preparo B.

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO B (C25)	
Seção	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
$\beta$	4,52	5,02
$p_f$	3,07E-06	2,52E-07
$F_s$	4,90	7,35
$\gamma_s$	1,56	1,71
$\gamma_r$	1,36	1,36
$\gamma_f$	1,64	2,25
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.



**Tabela 10** - Valores do índice de confiabilidade  $\beta$ , probabilidade de ruína  $p_f$  e coeficientes de segurança para um concreto na condição de preparo C.

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO C (C25)	
	Seção	Bloco-Pilar
$\beta$	4,00	4,38
$p_f$	3,16E-05	5,91E-06
$F_s$	5,25	7,88
$\gamma_s$	1,56	1,71
$\gamma_R$	1,46	1,46
$\gamma_f$	1,64	2,25
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

Pode-se observar que a confiabilidade diminui, à medida que se utiliza concretos cuja qualidade de preparo é menos rigorosa, o que, por consequência, resulta no aumento da probabilidade de ruína. Nota-se também que a seção bloco-pilar apresenta menores índices de confiabilidade e maiores probabilidades de ruína em relação a seção bloco-estaca, o que já era esperado, uma vez que a seção bloco-pilar é mais solicitada por apresentar uma menor área.

A respeito dos fatores de segurança, os fatores parciais de majoração da solicitação ( $\gamma$ ) e de minoração da resistência ( $\gamma_R$ ) recomendados são de 1,4 (ABNT NBR 6118:2014). Na análise de confiabilidade só é possível fixar um desses valores, ficando o outro automaticamente definido. Assim, fixando-se, por exemplo, o  $\gamma$  igual a 1,40, os valores de  $\gamma_R$  resultam superiores ao valor 1,40 em todos os casos.

A probabilidade de ruína resultou em valores baixos. O maior valor encontrado foi na seção bloco-pilar na condição de preparo C. Nesse caso, a probabilidade de ruína é de 3,16 falhas a cada 100.000 casos. Isso significa, numa análise frequencista, que 1 bloco romperia numa população de 31.644 blocos. Entretanto, como a população em estudo é de 26 blocos, é improvável que algum deles apresente falha.

#### Varição da resistência característica

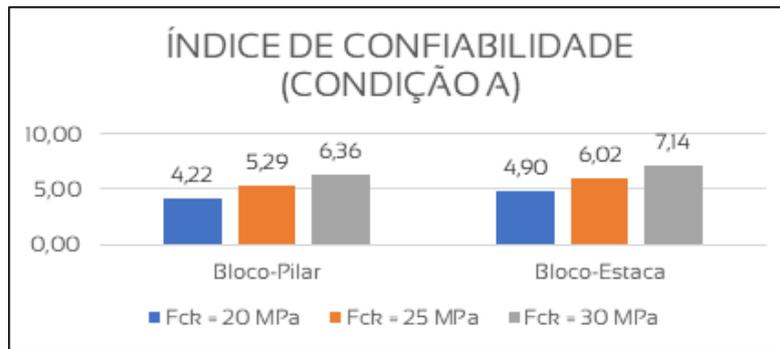
Para os concretos de classe C20 e C30, obtiveram-se resultados para o índice de confiabilidade e da probabilidade de ruína (Figuras de 7 a 12).

Nota-se que, para uma mesma condição de preparo, a confiabilidade cresce com o aumento do  $f_{ck}$  do concreto. Já a probabilidade de ruína decresce consideravelmente: variando-se em 5 MPa, a probabilidade de ruína diminui 90% a 100%.

Comparando-se o concreto de classe C25 (condição de preparo A) com um de classe C30 (condição de preparo C), nota-se que o concreto C25 apresenta maior índice de confiabilidade e menor probabilidade de ruína.

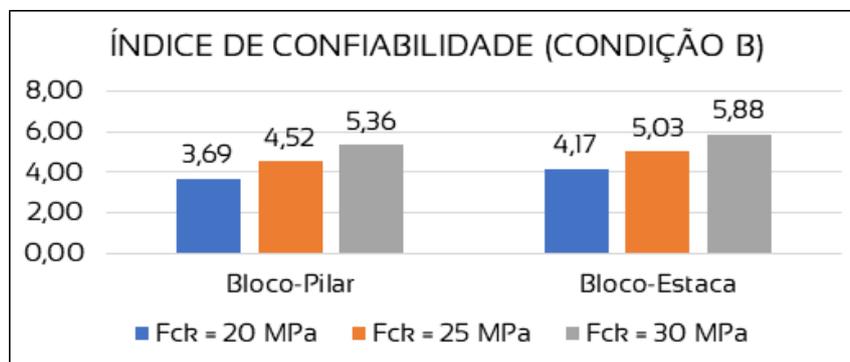


Figura 7 - Variação do índice de confiabilidade  $\beta$  com o  $f_{cr}$  para condição de preparo A.



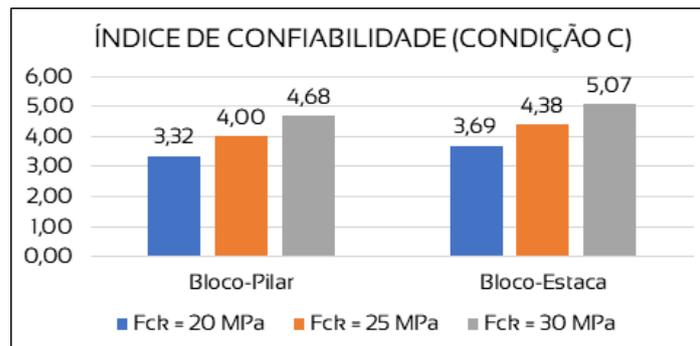
Fonte: Os autores.

Figura 8 - Variação do índice de confiabilidade com  $\beta$  o  $f_{cr}$  para condição de preparo B.



Fonte: Os autores.

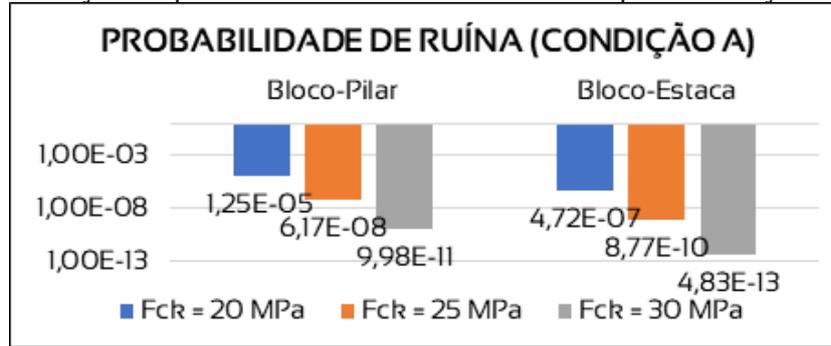
Figura 9 - Variação do índice de confiabilidade  $\beta$  com o  $f_{cr}$  para condição de preparo C.



Fonte: Os autores.

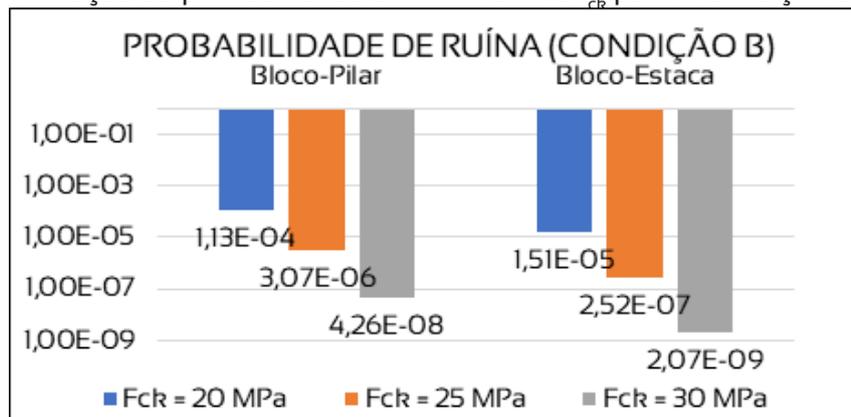


Figura 10 - Variação da probabilidade de ruína com o  $f_{ck}$  para condição de preparo A.



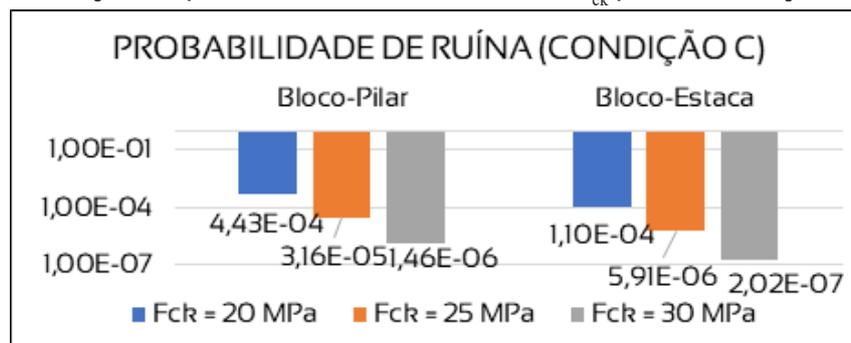
Fonte: Os autores.

Figura 11 - Variação da probabilidade de ruína com o  $f_{ck}$  para a condição de preparo B.



Fonte: Os autores.

Figura 12 - Variação da probabilidade de ruína com o  $f_{ck}$  para a condição de preparo C.



Fonte: Os autores.

A respeito dos coeficientes de segurança parciais, os valores são apresentados nas Tabelas de 11 a 16.



**Tabela 11 - Valores dos coeficientes de segurança (C20 - Condição de preparo A).**

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO A (C20)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$F_s$	3,82	5,73
$\gamma_s$	1,56	1,72
$\gamma_r$	1,33	1,33
$\gamma_f$	1,31	1,80
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

**Tabela 12 - Valores dos coeficientes de segurança (C20 - Condição de preparo B).**

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO B (C20)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$F_s$	4,18	6,27
$\gamma_s$	1,56	1,72
$\gamma_r$	1,45	1,45
$\gamma_f$	1,31	1,80
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

**Tabela 13 - Valores dos coeficientes de segurança (C20 - Condição de preparo C).**

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO C (C20)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$F_s$	4,53	6,80
$\gamma_s$	1,56	1,72
$\gamma_r$	1,57	1,57
$\gamma_f$	1,31	1,80
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

**Tabela 14 - Valores dos coeficientes de segurança (C30 - Condição de preparo A).**

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO A (C30)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$F_s$	5,26	7,89
$\gamma_s$	1,56	1,72
$\gamma_r$	1,22	1,22
$\gamma_f$	1,97	2,70
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

**Tabela 15** - Valores dos coeficientes de segurança (C30 - Condição de preparo B).

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO B (C30)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$F_s$	5,61	8,42
$\gamma_s$	1,56	1,72
$\gamma_r$	1,30	1,30
$\gamma_f$	1,97	2,70
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

**Tabela 16** - Valores dos coeficientes de segurança (C30 - Condição de preparo C).

CONDIÇÃO DE PREPARO	CONDIÇÃO C (C30)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$F_s$	5,97	8,96
$\gamma_s$	1,56	1,72
$\gamma_r$	1,38	1,38
$\gamma_f$	1,97	2,70
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

Nota-se que o concreto de classe C20 apresentou coeficientes de segurança de majoração das cargas ( $\gamma_f$ ) abaixo do valor de norma de 1,40 em todos os casos para a seção de encontro bloco-pilar. Já o concreto de classe C30 dispôs de coeficientes de acordo com a norma em todos os cenários.

Assim, recomendam-se os concretos de classe C25 e C30 para o caso em estudo, uma vez que possuem probabilidades de ruínas satisfatórias numa análise frequencista e coeficientes de seguranças de acordo com as recomendações da ABNT NBR 6118:2014.

Além disso, o índice de confiabilidade  $\beta$  dos concretos de classe C25 e C30, em todos os casos, mostrou-se de acordo com as recomendações do Eurocode EN 1990:2002+A1:2005, o qual indica, para um edifício residencial com período de referência de 50 anos, o valor de 3,8.

### Critérios de resistência

A partir dos critérios estabelecidos pelos diversos autores e normas citados na Tabela 2, os valores das tensões nas regiões nodais dos blocos foram calculadas e são apresentadas na Tabela 17, gerando duas novas curvas de resistências descritas pelas variáveis da Tabela 18. Assim sendo, obtiveram-se os valores apresentados na Tabela 19 para análise da confiabilidade.



**Tabela 17** - Valores das tensões nas seções bloco-pilar e bloco-estaca para diferentes critérios de resistência para blocos de concreto armado sobre duas estacas C25.

CRITÉRIOS	TENSÃO BLOCO-PILAR (MPa)	TENSÃO BLOCO-ESTACA (MPa)
(BLÉVOT E FRÉMY, 1967)	35	25,00
(SCHÄFER E SCHLAICH, 1988)	23,38	17,00
(SCHLAICH E SCHÄFER, 1991)	27,50	20,00
(ABNT NBR 6118:2014)	19,13	16,20
(CEB-FIP, 1990)	19,13	13,50
EUROCODE 2 (EN 1992-1-1:2004)	23,38	10,63
(SOUZA E BITTENCOURT, 2003)	20,3	14

Fonte: Os autores.

**Tabela 18** - Valores dos desvios padrões, médias e variâncias para as curvas de resistência.

SEÇÃO	MÉDIA (MPa)	DESVIO PADRÃO (MPa)	VARIÂNCIA
Bloco-pilar	23,97	5,70	0,238
Bloco-estaca	16,62	4,73	0,285

Fonte: Os autores.

**Tabela 19** - Valores dos índices de confiabilidade  $\beta$ , probabilidades de ruína  $p_f$  e coeficientes de segurança para um concreto de classe C25.

CRITÉRIO	MÉDIA (C25)	
	Bloco-Pilar	Bloco-Estaca
Seção		
$\beta$	2,75	2,33
$p_f$	2,97E-03	9,96E-03
$F_s$	3,44	3,58
$\gamma_s$	1,56	1,71
$\gamma_r$	1,64	1,88
$\gamma_f$	0,96	0,79
$\gamma_m$	1,40	1,40

Fonte: Os autores.

Dentre todas as análises, essa foi a que resultou em maior probabilidade de ruína e menor confiabilidade para o concreto de classe C25. Isso pode ser observado na seção bloco-pilar, cuja probabilidade de ruína é de 2,97E-03 (1 falha a cada 336 blocos) e o índice de confiabilidade é de 2,75; comparando esses valores com o caso de menor rigor na qualidade do concreto (Condição de preparo C), este apresentou maior confiabilidade, com um valor da probabilidade de ruína de 3,16E-05 (1 falha a cada 31.644 blocos) e índice de confiabilidade de 4,00. Assim, apenas nessa análise a confiabilidade para o concreto C25 foi inferior às recomendações do Eurocode EN 1990:2002+A1:2005 de 3,8 para o índice de confiabilidade  $\beta$ .

Esses resultados podem ser explicados pela grande dispersão dos valores apresentados pelos



critérios dos autores e normas, o que acarretou valores de variância altos para as curvas de resistência.

### Conclusão

O objetivo do trabalho foi apresentar formas simples de analisar a confiabilidade e a probabilidade de ruína em blocos de concreto armado sobre duas estacas.

Confirmou-se, como em Silva e Aoki (2005), que a confiabilidade aumentou e a probabilidade de ruína diminuiu à medida que se tem um controle mais rigoroso da qualidade do concreto.

Além disso, quando comparados concretos com mesmo critério de controle de qualidade, constatou-se que o aumento da resistência característica à compressão ( $f_{cr}$ ) aumentou a confiabilidade e diminuiu a probabilidade de ruína.

Outro ponto é que concretos com menores resistências características à compressão ( $f_{cr}$ ) podem apresentar maior confiabilidade e menor probabilidade de ruína, desde que tenham um controle mais rigoroso no preparo, como foi o caso observado do concreto de classe C25 e condição de preparo A, que resultou em maior confiabilidade e menor probabilidade de ruína do que o concreto de classe C30 e condição de preparo C. O mesmo ocorreu na comparação entre o concreto de classe C20 e condição de preparo A e o concreto de classe C25 e condição de preparo C.

Ainda é possível destacar que não há consenso entre a comunidade científica para os valores dos critérios de resistência dos blocos, sendo necessário mais pesquisas para a normatização de uma curva de resistência mais realista.

### Referências

AOKI, Nelson. Dogma do fator de segurança. *In: SEMINÁRIO ENGENHARIA FUNDAÇÕES ESPECIAIS E GEOTECNIA - SEFE*, 6., 2008, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: ABMS, 2008, v.1, p. 9-42.

AOKI, Nelson. Probabilidade de falha e carga admissível de fundação por estacas. **Revista Militar de Ciência e Tecnologia**, Rio de Janeiro, v. XIX, n. 3, p. 48-64, 2002.

AOKI, N.; MENEGOTTO, M. L.; CINTRA, J. C. Probabilidade de ruína como critério para definir o coeficiente de segurança a ser usado na previsão da carga admissível de fundações por estacas. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA*, 12., 2002, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: ABMS, 2002. p. 1471-1481.

ALVES, I. S.; SILVA NETO, A. N.; OLIVEIRA, J. T. R.; FERREIRA, S. R. M. Análise probabilística de um reservatório apoiado em estaca ensaiadas por meio de prova de carga estática. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA*, 20., 2020, Campinas. **Anais [...]**. São Paulo: ABMS, 2020. p. 6756-6763.

ANG, Alfredo H-S.; TANG, Wilson. H. **Probability Concepts in Engineering Planning and Design: decision, risk and reliability**. 1. ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 1984. v. 2.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 12655**: Concreto de cimento Portland — Preparo, controle, recebimento e aceitação — Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento: Elaboração. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

BARROS, R.; MUNHOZ, F. S.; SOUZA, T. J.; CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. Determinação do Índice de Confiabilidade e da Probabilidade de Ruína de Fundações em Estacas: Estudo de Caso. *In: JORNADA SUBAMERICANAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL*, 34., 2010, San Juan. **Anais [...]**. San Juan: Associação Sul-Americana de Engenharia Estrutural - ASAAE, 2010.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. Semelles sur pieux. **Annales d'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux**



**Publics**, Paris, v.20, n. 230, p. 223-295, fev. 1967.

BRASIL. Lei nº. 8.078, de 11 de setembro de 1990. Código de Defesa do Consumidor. Dispõe sobre a proteção do consumidor e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, [1990]. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L8078.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L8078.htm). Acesso em: 13 jul. 2021.

CARDOSO, A. S.; FERNANDES, M. M. Characteristic Values of Ground Parameters and Probability of Failure in Design according to Eurocode 7. **Geotechnique**, [s. l.], v. 51, n. 6, p. 519-531, Aug. 2001.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model code 1990**. Bulletin D'Information, n. 203-205, Paris: CEB-FIP, 1991.

CEB-FIP - Fib Model Code for Concrete Structures, 2010.

COMITE EUROPÉEN DE NORMALISATION. **Eurocode - Basis of Structural Design**. EN 1990:2002+A1:2005. Brussels: CEN, 2002.

COMITE EUROPÉEN DE NORMALISATION. **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. EN 1992-1-1. Brussels: CEN, 2004.

ESPINOSA, M. M., CALIL Jr., C.; STAMATO, G. C. Uma introdução à confiabilidade em elementos estruturais. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA - EBRA-MEM, 9., 2004, Cuiabá. **Anais [...]**. Cuiabá: [s. n.], 2004.

MUNHOZ, Fabiana Stripari. **Análise do comportamento de blocos de concreto armado sobre estacas submetidos à ação de força centrada**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

SANTOS, Lauro Modesto. **Cálculo de concreto armado, segundo a nova NB-1 e o CEB**. 2. ed. São Paulo: LMS Ltda, 1983, v. 1.

SILVA NETO, Alfredo Nunes; OLIVEIRA, Joaquim Teodoro Romão. Confiabilidade e segurança de fundações em dois empreendimentos no Nordeste do Brasil. **Revista de Engenharia Civil**. Guimarães, n.55, p. 19-28, 2018.

SILVA, Jefferson Lins da; AOKI, Nelson. Determinação Simples da Probabilidade de Ruína de Grupo de Pilares de um Edifício de Concreto Armado. *In*: CONGRESSO DE PONTES E ESTRUTURAS - ABPE 50 Anos, 1., 2005, Rio de Janeiro. **Proceedings [...]**. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Pontes e Estruturas - ABPE, 2005. p. 1-12.

SCHÄFER, K.; SCHLAICH, J. Consistent design of structural concrete using strut and tie models. *In*: COLÓQUIO SOBRE COMPORTAMENTO DE PROJETO DE ESTRUTURAS, 5., 1988, Rio de Janeiro. **Anais [...]**. Rio de Janeiro: PUC-RJ, Rio de Janeiro, 1988.

SCHLAICH, J., SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, [s. l.], v.69, n.6, p.113-125, Mar. 1991.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N. Parâmetros de Resistência Efetiva do Concreto Estrutural para a Análise e Dimensionamento Utilizando Modelos de Escoras e Tirantes. *In*: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5., 2003, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2003.

PEREIRA JUNIOR, W. M., MORAES, M. H. M. D., BECK, A. T., ARAÚJO, D. L. D., SARMENTO, A. P., & SOUSA, M. A. P. D. Reliability analysis of reinforced concrete frames subjected to post-construction settlements. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 16 n.5. São Paulo, 2023